

Decisioni ottimali e ottimizzazione operativa in azienda

Macerata, 23 Ottobre 2002

Luciano Stefanini
(stefanini@uniurb.it)

*Professore ordinario Secs-S/06 (Metodi Matematici
dell'Economia e delle Scienze Attuariali e Finanziarie)*

Docente di Matematica Generale e di Informatica Applicata
nell'Università degli Studi di URBINO, Facoltà di Economia

Oggetto della comunicazione:

Investigare le connessioni tra:

- La formulazione dei problemi di ottimizzazione e la complessità associata alla loro adozione;
- Il processo decisionale in azienda, in relazione agli aspetti operativi ed alle scelte di carattere generale;
- L'insieme delle informazioni e dei dati che accompagnano (dinamicamente) la gestione e le operazioni aziendali.

Sono presi in esame due casi reali di adozione di metodologie quantitative e gli elementi principali della loro implementazione.

Osservazione 1:

Con il notevole sviluppo delle applicazioni dell'ICT in azienda (e non solo), la raccolta di informazioni può essere vista come “bere a un rubinetto bollente”: sempre di più, il difficile non è raccogliere i dati, ma usarli in modo effettivo.

Lo sviluppo recente (negli ultimi 10 anni) di applicazioni sofisticate per la raccolta e l'analisi dati (Reti di Database e Data Warehousing, Data Mining, Statistica multidimensionale, Analisi multicriteri, Multicriteria Decision Making, WEB-based Decision Support System, ecc.) ha reso tutto molto più agevole (ma c'è da lavorare ancora molto).

Osservazione 2:

I modelli di ottimizzazione costituiscono una promettente “tecnologia” per il trattamento dei dati in tempo reale, ma spesso risulta difficile la loro effettiva implementazione ed esiste una discrepanza tra quanto potrebbero (teoricamente) consentire e quanto ottengono in pratica.

Molto spesso le condizioni operative cambiano in modo non prevedibile e risulta impossibile costruire modelli che incorporano significative stocasticità.

Inoltre, quasi sempre è preferibile che le modalità del loro utilizzo siano flessibili, consentendo anche interventi “manuali”.

Che fare?

Come misurare le loro performance “sul campo”?

Come impostare il percorso implementativo in modo efficace?

Una soluzione consiste nel “modellizzare” dinamicamente gli ottimizzatori stessi, agganciandoli a database che raccolgono ed aggiornano le informazioni rilevanti in tempo reale.

Caso di studio 1:

Problema: Assegnazione di autisti/veicoli a viaggi/carichi in tempo reale (servizi a chiamata).

L'azienda opera sul territorio nazionale, dispone di 450 autisti/veicoli tra propri ed associati. Ha realizzato un *call-center centralizzato* che raccoglie le richieste di trasporto, da parte di clienti fissi (viaggi pre-definiti) e di clienti last-minute, con cui contratta le condizioni del viaggio (tempi, costi, modalità, ecc.).

Dispone da tempo di un sistema di VRP multi-periodo per l'ottimizzazione dei percorsi.

Ha modificato l'approccio statico del VRP per includere maggiore flessibilità alla propria attività e per adattarsi meglio a condizioni di *domanda puramente stocastica* (attualmente prossima al 20% del totale dei viaggi effettuati).

Caso 1: Formulazione del modello di ottimizzazione (1)

- *Risorse e Attività:*
- L'unità di tempo t (*ore, giorni, ...*) viene definita in base alle esigenze operative e non è necessariamente fissata a priori;
- R_t e a_r : autisti/veicoli a disposizione al tempo t e loro attributi a_r , per ogni r in R_t
(disponibilità, posizione geografica, tempo residuo, arrivo finale, ...);
- V_t e b_v : viaggi noti al tempo t e loro attributi b_v per ogni v in V_t (origine, destinazione, tipologia di merce, vincoli temporali, vincoli sui veicoli, ...)

Caso 1: Formulazione del modello di ottimizzazione (2)

- *Decisioni e variabili (semplificazione):*
- D_t : vettore delle decisioni al tempo t ; per ciascun autista/veicolo, per ciascun viaggio da prendere o lasciare (almeno un elemento d in D_t per ogni carico v in V_t)
- Per ogni autista r e ogni possibile decisione d al tempo t :

$X_{r,d,t} = 1$ se la decisione d è assegnata all'autista r al tempo t .

$X_{r,d,t} = 0$ altrimenti.

Caso 1: Formulazione del modello di ottimizzazione (3)

- *Processo informativo (semplificazione):*
- I_t : vettore delle informazioni/dati che arrivano al tempo “reale” t (sui veicoli/autisti, sui carichi, sulle decisioni prese, ...)
- $K_t = \{ a_r, r \text{ in } R_t; b_v, v \text{ in } V_t \}$ insieme dinamico della base di conoscenza al tempo t , ottenuto con un processo di aggiornamento informativo:

$$K_{t+1} = \text{Agg}(K_t, k_{i,t}) \text{ dove}$$

$k_{i,t}$ è l'aggiornamento sull'unità di informazione i in I_t al tempo t (stato veicoli, nuovi carichi, aggiustamenti nei tempi e nelle posizioni, imprevisti, cambiamenti nelle decisioni prese, ...)

Caso 1: Formulazione del modello di ottimizzazione (4)

- *Costi e Obiettivo (semplificazione):*
- C_t : insieme dei costi al tempo t (percorsi a vuoto, costi di viaggio, costi di carico/scarico, tempi di riposo, soste, ...)
- $c(l, t, r, d)$ = valore monetario del tipo di costo l , al tempo t , per l'autista r in R_t e per la decisione d in D_t . Ad esempio, se la decisione d è “assegna il carico v di V_t all'autista r di R_t ”, il costo è una funzione del tipo $c_{l,t}(a_r, b_v)$ degli attributi a_r di r e b_v di v al tempo t .

Caso 1: Formulazione del modello di ottimizzazione (5)

- *Costi e Obiettivo (cont.):*
- w : vettore dei pesi w_l (in un'ottica di ottimizzazione multiobiettivo risolta con tecniche multicriterio) per ogni tipo di costo l in C_t .
- Il costo ponderato per assegnare la decisione d all'autista r al tempo t è dato, con i pesi w , da:

$$c_{r,d,t}(w) = \sum_{l \in I_t} w_l c(l, t, r, d)$$

Caso 1: Formulazione del modello di ottimizzazione (6)


- *Problema di assegnazione ad ogni tempo t:*

$$\min_{x_{r,d,t} \in \{0,1\}} F(x_{r,d,t}; K_t) = \sum_{r \in R_t} \sum_{d \in D_t} c_{r,d,t}(w) x_{r,d,t}$$

$$\sum_{r \in R_t} x_{r,d,t} = 1 \quad \text{per ogni } d \text{ in } D_t$$

$$\sum_{d \in D_t} x_{r,d,t} = 1 \quad \text{per ogni } r \text{ in } R_t$$

$$K_{t+1} = \text{Agg}(K_t, k_{i,t})$$



Questa funzione non è semplice da determinare ed è essa stessa soluzione di un altro problema di ottimo!

Risultati per il caso di studio 1 :

La procedura di ottimizzazione, per ogni periodo t , è di tipo euristico ed include un sotto-modello di ottimizzazione per la valutazione dei percorsi e dei costi di viaggio, attraverso un VRP applicato, in cascata all'assegnamento, a sottoproblemi di dimensione notevolmente ridotta.

I tempi di elaborazione per ogni sottoproblema di VRP sono inferiori al minuto, mentre per il problema complessivo era di circa un'ora, superiore ai tempi operativi di funzionamento del call-center.

Per verificare la differenza tra la soluzione operata e la soluzione che si avrebbe avuta risolvendo il problema complessivo, alla sera si esegue un run su tutti i viaggi in corso: mediamente la differenza nell'ottimo è inferiore al 3%.

Risultati per il caso di studio 1 (cont.) :

Adottando un modello di DataWarehousing basato su una rete locale che include i PC degli operatori, integrato con un database di tipo geografico (GIS), viene aggiornata dinamicamente la situazione degli autisti/veicoli e delle richieste attive per il periodo di riferimento (il giorno o la settimana corrente).

Attraverso l'invio di messaggi di posta elettronica o di fax (sempre meno) si confermano gli impegni verso i clienti e si lanciano le procedure amministrative.

Nell'accettazione di nuovi ordini, è possibile verificare l'esistenza di "clienti insolventi" e deviare le loro richieste ad altri operatori.

Il modello di ottimizzazione, dunque, è praticamente "nascosto" ed incorporato nelle procedure operative e ciò lo rende più accettabile.

Risultati per il caso di studio 1 (cont.) :

La nuova procedura operativa, dicono gli incaricati, rende sufficientemente flessibile il sistema; in molte situazioni è semplice aggiornare i dati e inserire soluzioni “manuali” non altrimenti fattibili.

In ogni caso, è possibile, almeno ex-post, valutare l’effetto dell’uso parziale del software di ottimizzazione: questo produce una sorta di *learning by doing* che evidenzia possibili situazioni richiedenti maggiore attenzione da parte degli operatori.

Una misura delle performance del sistema è data indirettamente dall’ampiezza dei sorrisi degli operatori quando si chiede loro di valutare il proprio lavoro con o senza l’ausilio dell’ottimizzatore.

Anche gli autisti, tipicamente “predisposti all’arrabbiatura”, appaiono meno aggressivi (a detta degli operatori).

Caso di studio 2:

Produrre all'ordine o per stock?:

un modello per definire dinamicamente il Mix di produzione tra “all'ordine” (PO) e “a stockaggio” (PS).

Un'azienda produce alcune serie di beni di largo consumo con tempi e costi per cambiare “linea di prodotto” (*changeover costs*) molto alti e la produzione è organizzata “per stock” (PS); l'introduzione di una nuova tecnologia che riduce i tempi in modo significativo può consentire di transitare ad una produzione “per ordine” (PO) riducendo i costi di stoccaggio e, in alcuni casi, personalizzando il prodotto.

In modo dinamico, si vuole decidere il mix di PO e di PS da produrre.

Caso 2: Formulazione del modello di ottimizzazione (1)

- L'unità di tempo t (*giorni, mesi, ...*) viene definita in base alle esigenze operative e non è necessariamente fissata a priori;
- P_t e a_i : beni da produrre (in stock o in previsione d'ordine) al tempo t e loro attributi a_i , per ogni i in P_t (beni, quantità, costi di stoccaggio, tempi di produzione, date di consegna, ecc.);
- $(q_i, r_i)_t$: quando la quantità stoccata di un prodotto i scende sotto la soglia r_i , viene iniziato un ordine di produzione pari alla quantità q_i .
- T_i : per un ordine di un prodotto i è fissato o definito un tempo di consegna T_i e la produzione viene schedulata per la quantità ordinata.

Caso 2: Formulazione del modello di ottimizzazione (2)

- I processi di domanda e di produzione sono assunti stazionari ed eventuali lotti frazionari sono arrotondati all'intero senza perdita di ottimalità;
- $(d_i, s_i, w_i, t_i, p_i)_t$:
per ogni prodotto i e unità di tempo t sono definite, rispettivamente, la domanda attesa d_i e la deviazione standard s_i , il tempo di predisposizione della produzione w_i , il tempo di produzione t_i e una misura di probabilità p_i che la quantità domandata debba essere prodotta al tempo t .

Caso 2: Formulazione del modello di ottimizzazione (3)

- Nel caso di produzione di stock (PS), il tempo necessario per produrre le q_i unità è

$$x_i = w_i + q_i / t_i$$

e il numero atteso di tali lotti è d_i / q_i .

- Nel caso di produzione all'ordine (PO), il numero atteso di lotti per il prodotto i è semplicemente pari alla probabilità p_i ed il tempo di produzione è

$$x_i = w_i + (d_i / p_i) / t_i .$$

- Posto $n_i = d_i / q_i$ per PS e $n_i = p_i$ per PO, il numero totale di ordini per unità di tempo è

$$n = \sum n_i .$$

Caso 2: Formulazione del modello di ottimizzazione (4)

- Si possono così stimare tutti i parametri della coda M/G/1 per valutare il tempo medio $E(w)$ della coda e la sua varianza $E(w^2)$ per la produzione all'ordine (PO), in funzione delle variabili precedenti.
- L'obiettivo da minimizzare può essere costituito dai costi complessivi di stoccaggio, con un vincolo sui tempi di “servizio” per i prodotti PO, dato da una relazione del tipo:

$$F_i[E(w), E(w^2)] < T_i$$

Posto $z_i = 1$ per PS e $z_i = 0$ per PO, l'obiettivo ha la forma seguente:

$$\text{Min} \quad \sum c_i[\alpha q_i + \beta r_i]z_i.$$

Caso 2: Formulazione del modello di ottimizzazione (5)

- Se si semplifica la situazione assumendo il solo vincolo di utilizzazione degli impianti senza tener conto dei tempi attesi di servizio per le produzioni all'ordine, la formulazione diventa la seguente, in cui la capacità complessiva è normalizzata a 1:

$$\begin{aligned} \min \quad & C = \sum_{i \in P_t} (c_i q_i) z_i \\ & \sum_{i \in P_t} \left[w_i \left(\frac{z_i d_i}{q_i} + (1 - z_i) p_i \right) + \frac{p_i}{t_i} \right] \leq 1 \\ & q_i \geq 0 \\ & z_i \in \{0,1\} \end{aligned}$$

Risultati per il Caso di studio 2:

- Nell'applicazione si sono considerati 235 lotti di prodotti con domande variabili da 20 a 150 unità al giorno.
- La simulazione è stata condotta su un mese di produzione ed è stata seguita attraverso la realizzazione di un semplice database, aggiornato su base giornaliera, contenente i movimenti degli ordini, della produzione e delle vendite effettive spedite ai clienti.
- I risultati della sperimentazione hanno convinto l'azienda ad adottare il modello. E' in corso una seconda fase di miglioramento del modello, che tenga meglio conto dei parametri, con la possibilità di includere effetti di (relativa) stagionalità

Risultati per il Caso di studio 2 (cont.):

- La tabella seguente mostra i risultati del modello per il mese di produzione (235 lotti); la soluzione di Mix è 116 PO e 119 PS (circa fifty-fifty)

	Tutto PS	Tutto PO	Mix PS+PO
% utilizzazione	92.5%	94.6%	92.7%
Tempo medio della Coda (gg)	1.7	3.7 (giudicato inaccettabile)	2.1 (giudicato accettabile)
Varianza della Coda	0.6	2.8 (anche varianza alta)	1.1 (valore accettabile)
Costo totale	125700 €	0 €	85500 € (68%)

Conclusioni:

In sintesi:

- la adozione dei modelli di ottimizzazione in azienda richiede una loro “corretta” formulazione: in generale le semplificazioni non funzionano;
- in molti casi è preferibile un approccio euristico, tipicamente flessibile, che consenta anche l’inserimento di situazioni impreviste o di soluzioni suggerite (in tutto o in parte) dagli operatori;
- l’accoppiamento delle procedure euristiche o parziali con modelli “globali” consente di valutare ed imparare circa le caratteristiche del problema affrontato, anche se questo viene fatto off-line rispetto al lavoro operativo;

Conclusioni (cont.):

- per favorire l'utilizzo dei modelli di ottimizzazione è necessario che essi siano incorporati nel sistema informativo dell'azienda e che anzi ne valorizzi la ricchezza informativa;
- l'integrazione dei modelli di ottimizzazione con le procedure informatiche dell'azienda, ne assicura anche il mantenimento di valore nel tempo;
- i due elementi precedenti rendono più agevole l'aggiornamento dei modelli stessi resi necessari sia dal progresso scientifico (nuovi algoritmi o formulazioni) sia da mutate condizioni di applicazione (diverse modalità operative, nuove tecnologie produttive, ecc.);
- Ecc.

Conclusione

GRAZIE
PER L'INVITO,
PER L'ATTENZIONE
(E
PER LA PAZIENZA)!

Luciano Stefanini
(stefanini@uniurb.it)